Corrigé du livret d'exercices de mathématiques pour réviser le brevet

Table des matières

EXERCICES : CALCUL NUMERIQUE

Exercice 1 :

$$A=\frac{1}{2}+\frac{7}{4}$$
$$A=\frac{2}{4}+\frac{7}{4}$$
$$A=\frac{2+7}{4}$$
$$A=\frac{9}{4}$$

$$B=\frac{1}{8}-\frac{5}{7}$$
$$B=\frac{7}{56}-\frac{40}{56}$$
$$B=\frac{7-40}{56}$$
$$B=-\frac{33}{56}$$

$$C=5+\frac{3}{4}$$
$$C=\frac{20}{4}+\frac{3}{4}$$
$$C=\frac{23}{4}$$

Exercice 2 :

$$A=\frac{-2}{7}\times\frac{-3}{5}$$
$$A=\frac{2\times3}{7\times5}$$
$$A=\frac{6}{35}$$

$$B=\frac{-18}{49}\times\frac{63}{9}$$
$$B=-\frac{9\times2\times7\times9}{7\times7\times9}$$
$$B=-\frac{18}{7}$$

$$C=\frac{18}{5}\times15$$
$$C=\frac{18\times15}{5}$$
$$C=\frac{18\times3\times5}{5}$$
$$C=54$$

$$D=\frac{1}{3}+\frac{1}{3}\times\frac{4}{5}$$
$$D=\frac{1}{3}+\frac{4}{15}$$
$$D=\frac{5+4}{15}$$
$$D=\frac{9}{15}$$
$$D=\frac{3}{5}$$

Exercice 3 :

$$A=\frac{6}{25}:\frac{-6}{15}$$
$$A=\frac{6}{25}\times\frac{-15}{6}$$
$$A=-\frac{6\times5\times3}{5\times5\times6}$$
$$A=-\frac{3}{5}$$

$$B=\frac{1}{2}-\frac{4}{5}:\frac{12}{20}$$
$$B=\frac{1}{2}-\frac{4}{5}\times\frac{20}{12}$$
$$B=\frac{1}{2}-\frac{4\times5\times4}{5\times4\times3}$$
$$B=\frac{1}{2}-\frac{4}{3}$$
$$B=\frac{3-8}{6}$$
$$B=-\frac{5}{6}$$

$$C=\frac{4}{5}\times\frac{1}{2}+\frac{-5}{4}:\frac{2}{-3}$$
$$C=\frac{2}{5}+\frac{-5}{4}\times\frac{-3}{2}$$
$$C=\frac{2}{5}+\frac{15}{8}$$
$$C=\frac{16}{40}+\frac{75}{40}$$
$$C=\frac{91}{40}$$

Exercice 4 :

$a=-4$ $\quad b=4$ $\quad c=-8$ $\quad d=-8$

Exercice 5 :

$$A=\frac{3\times10^{2}\times10^{-4}}{6\times10^{3}}$$
$$A=\frac{3\times10^{-2}}{6\times10^{3}}$$
$$A=0,5\times10^{-5}$$
$$A=5\times10^{-6}$$

$$B=\frac{12\times10^{5}\times9\times10^{-4}}{18\times(10^{3})^{-1}}$$
$$B=\frac{4\times3\times9}{9\times3}\times\frac{10^{1}}{10^{-4}}$$
$$B=4\times10^{5}$$

Exercice 6 :

$A=6$ $B=6$ $C=48$ $D=4$

Exercice 7 :

$A=5\sqrt{3}$ $B=30\sqrt{7}$

$$C=10\sqrt{7}+3\sqrt{7}-15\sqrt{7}$$
$$C=-2\sqrt{7}$$

EXERCICES : CALCUL LITTERAL

Exercice 1 :

$A(x)=-4x-32$ $B(x)=6x^2-10x$ $C(x)=2x-2,5$

Exercice 2 :

$A(x)=(x-7)(10x-9)$
$A(x)=10x^2-9x-70x+63$
$A(x)=10x^2-79x+63$

$B(x)=(-4x-9)(-8x-4)$
$B(x)=32x^2+16x+72x+36$
$B(x)=32x^2+88x+36$

$C(x)=(-9x+3)(-9x-5)$
$C(x)=81x^2+45x-27x-15$
$C(x)=81x^2+18x-15$

$D(x)=(3x+2)(-9x-1)$
$D(x)=-27x^2-3x-18x-2$
$D(x)=-27x^2-21x-2$

$E(x)=(8x-6)(-x-5)$
$E(x)=-8x^2-40x+6x+30$
$E(x)=-8x^2-34x+30$

$F(x)=(-3x+8)(3x-6)$
$F(x)=-9x^2+18x+24x-48$
$F(x)=-9x^2+42x-48$

Exercice 3 :

$A(x)=6(x+1)$ $B(x)=5x(x+2)$ $C(x)=3x(3-x)$

$D(x)=x(5x-2)+x(4-3x)$
$D(x)=x(5x-2+4-3x)$
$D(x)=x(2x+2)$

$E(x)=(2x+1)(3x-1)-(2x+1)(3x+2)$
$E(x)=(2x+1)(3x-1-3x-2)$
$E(x)=-3(2x+1)$

$F(x)=(2x+7)(4-x)+(x+7)(4-x)$
$F(x)=(4-x)(2x+7+x+7)$
$F(x)=(4-x)(3x+14)$

$G(x)=(x-6)(x+3)-(x+3)(x+6)$
$G(x)=(x+3)(x-6-x-6)$
$G(x)=-12(x+3)$

Exercice 4 : On donne $A(x)=(2x+1)(x-5)$

1. $A(x)=(2x+1)(x-5)$
   $A(x)=2x^2-10x+x-5$
   $A(x)=2x^2-9x-5$

2. $A(-3)=[2\times(-3)+1](-3-5)$
   $A(-3)=(-6+1)(-3-5)$
   $A(-3)=-5\times(-8)$
   $A(-3)=40$

Exercice 5 : On donne le programme de calcul suivant :

Choisir un nombre ; Ajouter 1 ; Calculer le carré du résultat obtenu ; Soustraire le carré du nombre de départ ; Soustraire 1.

1. a) $A=(10+1)^2-10^2-1$
   $A=20$

   b) $A=(-3+1)^2-(-3)^2-1$
   $A=-6$

   c) $A=(1,5+1)^2-1,5^2-1$
   $A=3$

2. a) Quelque soit le nombre choisi, on obtient toujours le double du nombre choisi.

   b) $D(x)=(x+1)^2-x^2-1$
   $D(x)=x^2+2x+1-x^2-1$
   $D(x)=2x$

Exercice 6 :

1. a) $A(x)=(x-1)^2$
   $A(x)=x^2-2x+1$.

   b) On calcule A(99)

   $A(100)=(100-1)^2$
   $A(100)=100^2-2\times100+1$
   $A(100)=10000-200+1$
   $A(100)=9801$

   On en déduit que 99^2 = 9 801

2. a) $B(x)=(x-1)(x+1)$
   $B(x)=x^2-1$.

   b) On calcule B(100).

   $B(100)=(100-1)(100+1)$
   $B(100)=100^2-1$
   $B(100)=10000-1$
   $B(100)=9999$

   On en déduit que : $99\times101=9999$

Exercice 7 : On pose $E(x)=16-(5x-3)^2$

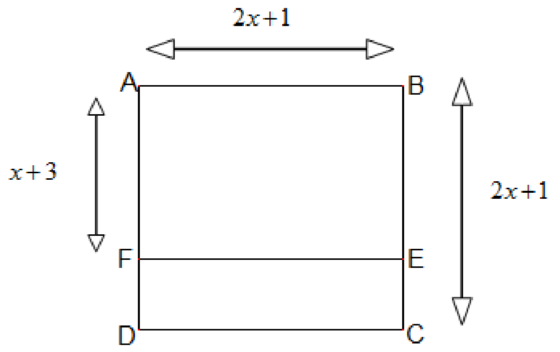
1. Calculons $E(-1)$

$$E(-1)=16-(5\times(-1)-3)^2$$
$$E(-1)=16-(-8)^2$$
$$E(-1)=16-64$$
$$E(-1)=-48$$

2.
$$E(x)=16-(5x-3)^2$$
$$E(x)=16-(25x^2-30x+9)$$
$$E(x)=16-25x^2+30x-9$$
$$E(x)=-25x^2+30x+7$$

3.
$$E(x)=16-(5x-3)^2$$
$$E(x)=4^2-(5x-3)^2$$
$$E(x)=[4-(5x-3)][4+(5x-3)]$$
$$E(x)=(-5x+7)(5x+1)$$

Exercice 8 : Sur la figure dessinée ci-dessous, ABCD est un carré et ABEF est un rectangle.
ON a : AB = BC = $2x+1$ et AF = $x+3$ où x désigne un nombre supérieur à 2. L'unité de longueur est le cm.



1. Etude d'un cas particulier : $x=3$

a. $AB=2\times3+1$ et $AF=3+3$
$AB=7cm$ $AF=6cm$

b.
$$A_{FECD}=FE\times EC$$
$$A_{FECD}=7\times(7-6)$$
$$A_{FECD}=7cm^2$$

2. Etude du cas général

a.
$$FD=2x+1-(x+3)$$
$$FD=2x+1-x-3$$
$$FD=x-2$$

b.
$$A_{FECD}=FE\times EC$$
$$A_{FECD}=(2x+1)(x-2)$$

c.
$$A_{ABCD}=(2x+1)^2$$
$$A_{ABCD}=4x^2+2x+1$$

$$A_{ABEF}=A_{ABCD}-A_{ECDF}$$
$$A_{ABEF}=(2x+1)^2-(2x+1)(x-2)$$

EXERCICES : NOTION DE FONCTION

Exercice 1 :
5 est l'antécédent de – 1.
− 1 est l'image de 5.

x	3	-1	0	1	5	6	10
$h(x)$	-7	-5	-4	-3	1	2	6

Exercice 2 :
a. L'image de 5 par la fonction h est 1
b. L'image de – 1 par la fonction h est -5.
c. Un nombre ayant pour image 2 par la fonction h est 6
e. Un antécédent de − 3 par la fonction h est 1.
f. Un antécédent de – 5 par la fonction h est -1.
g. *h(0)*= - 4

Exercice 3 :

x	3	-1	0	1	5	6	10
$k(x)$	14	-6	-1	4	24	29	49

Exercice 4 :

1. L'image de 1 par f est 3.
2. $f(-1) = 4$.
3. 5 et – 3 sont les antécédents de -1 par *f*.
4. Il y a 3 antécédents de 3 par *f*.

Exercice 5 :

1. $f(-1) = 3\times(-1)^2 - 1$
   $f(-1) = 2$
2. $f(3) = 3\times 3^2 - 1$
   $f(3) = 26$
3. $f(-10) = 3\times(-10)^2 - 1$
   $f(-10) = 299$

Exercice 6 :

1. a. La fonction *f* est linéaire car sa représentation graphique est une droite qui passe par l'origine.
   b. $f(2) = 4$
   c. $f(x) = 2x$.
2. a. Les fonctions *g* et *h* Sont des fonctions affines car leurs représentations graphiques sont des droites.
   b. $g(x) = x + 3$
   c. $h(x) = -4x + 2$

Exercice 7 :

1)

Nombre de cartouches achetées	2	5	11	14
Prix à payer en magasin en euros	**30**	75	**165**	**210**
Prix à payer par Internet en euros	**60**	90	**150**	**180**

2) Le nombre de cartouches achetées est noté *x*.

a) $P_A(x) = 15x$

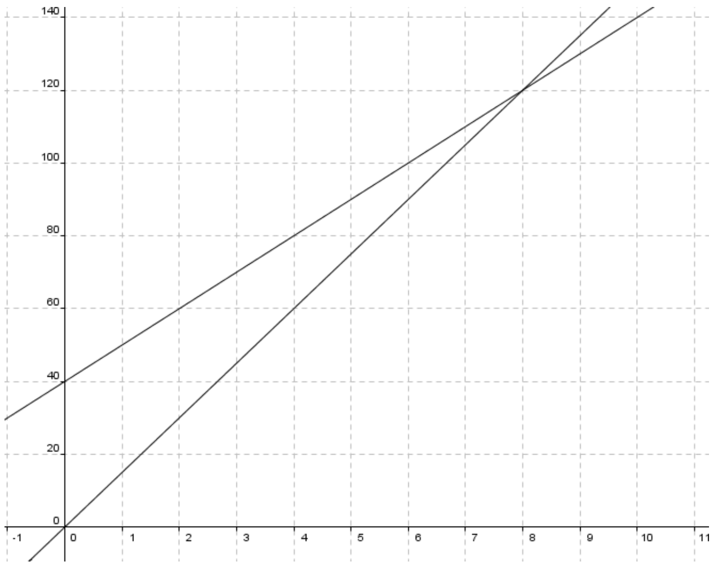
b) $P_B(x) = 10x + 40$

3) Dans un repère orthogonal, on a représenté les fonctions suivantes :

$P_A : x \longmapsto 15x$ et $P_B : x \longmapsto 10x + 40$

a) La droite (d_1)

b) La droite (d_2)



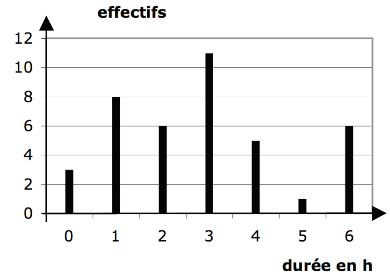
4) En utilisant le graphique précédent :

a) Le prix le plus avantageux pour l'achat de 4 cartouches est 60€.

b) Sonia dispose de 80 euros pour acheter des cartouches. Il est plus avantageux pour elle d'acheter des cartouches en magasin, elle peut en acheter 5.

5) A partir de 8 cartouches le prix sur Internet est inférieur ou égal à celui du magasin.

Exercice 1 : On a demandé à des élèves le nombre d'heures qu'ils consacrent chaque semaine à se connecter sur internet. Le diagramme en bâtons ci-dessous présente les résultats de cette enquête.



On pourra s'aider d'un tableau pour répondre aux questions suivantes.

1. L'effectif total est 40.

2. $\frac{6}{40}=\frac{3}{20}$

3. Calculons le pourcentage d'élèves interrogés qui se connectent 4h ou plus par semaine.

$P=\frac{12}{40}\times 100$

$P=30$

30% des élèves interrogés se connectent 4h ou plus par semaine.

4. Diagramme circulaire

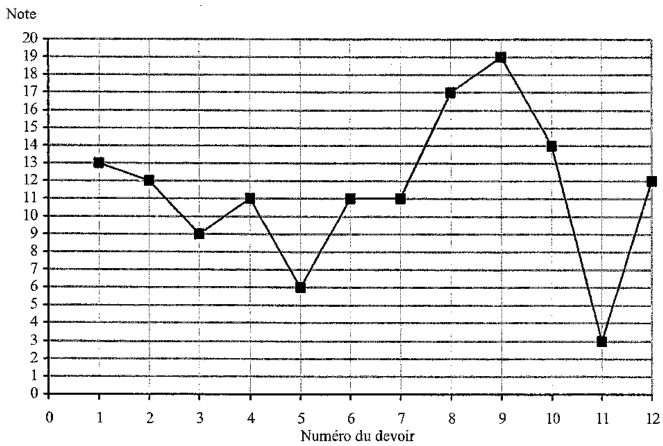
5. Calculons la durée moyenne de connexion à internet.

$M=\frac{0\times 3+1\times 8+2\times 6+3\times 11+4\times 5+5\times 1+6\times 6}{40}$

$M=\frac{114}{40}$

$M=2,85$

Exercice 2 : Sur le graphique ci-dessous, on a reporté les résultats obtenus en mathématiques par Mathieu tout au long de l'année scolaire.



1. Mathieu a obtenu sa meilleure note lors du devoir n°9.
2. $M=\frac{13+12+9+11+6+11+11+17+19+14+3+12}{12}$

   $M=11,5$
3. $E=19-3$

   $E=16$
4. a) Mathieu a eu 3 notes strictement inférieures à 10 sur 20.

   b) $P=\frac{3}{12}\times 100$

   $P=25$

   25% des élèves ont obtenu une note inférieure ou égale à 10 sur 20.

EXERCICES : ARITHMETIQUE

Exercice 1 : Un photographe doit réaliser une exposition en présentant ses œuvres sur des panneaux contenant chacun le même nombre de photos de paysage et le même nombre de portraits. Il dispose de 288 photos de paysage et de 224 portraits.

1) On calcule le PGCD de 288 et de 224.

$288 = 224 \times 1 + 64$

$224 = 64 \times 3 + 32$ Donc PGCD (288 ; 224) = 32.

$64 = 32 \times 2 + 0$

Le photographe peut réaliser 32 panneaux maximum.

2) $288 : 32 = 9$ $224 : 32 = 7$ Chaque panneau contient 9 paysages et 7 portraits.

Exercice 2 :

1) Cette phrase est fausse car 13 est supérieur à 8 mais n'a qu'un seul diviseur.
2) Cette phrase est fausse. $\frac{21}{14}$ n'est pas irréductible.

Exercice 3 : On donne les nombres a = 42 et b = 72.

1) PGCD (72 ; 42) = 6
2) $\frac{42}{72} = \frac{6 \times 7}{6 \times 12} = \frac{7}{12}$.

EXERCICES : PROBABILITES

Exercice 1 : On tire au hasard une carte dans un jeu de 32 cartes.
Déterminer la probabilité de chacun des événements suivants :

$P(A) = \frac{1}{32}$ $P(B) = \frac{4}{32} = \frac{1}{8}$; $P(C) = \frac{8}{32} = \frac{1}{4}$ $P(D) = \frac{11}{32}$

$P(E) = \frac{8}{32} = \frac{1}{4}$ $P(F) = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$ $P(G) = \frac{11}{32}$

Exercice 2 : $P(A) = \frac{1}{2}$ $P(B) = \frac{13}{40}$ $P(C) = \frac{13}{20}$

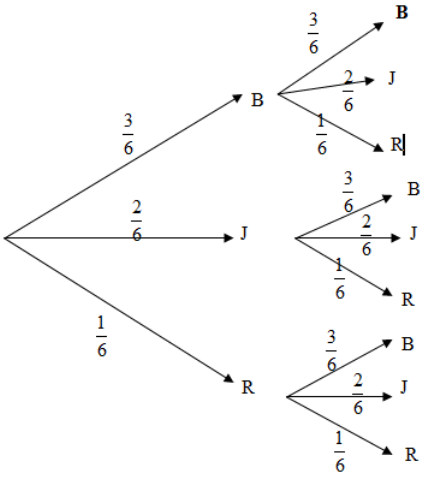
Exercice 3 :

1. $P(bleu) = \frac{1}{8}$ 2. $P(jaune) = \frac{3}{8}$ 3. $P(rouge) = \frac{1}{2}$ 4. $P(non - rouge) = \frac{1}{2}$

Exercice 4 : 1. $P(jaune) = \frac{7}{10}$ 2. $P(verte) = \frac{3}{10}$

Exercice 5 :

a.



b.

$$P=\frac{3}{6}\times\frac{3}{6}+\frac{2}{6}\times\frac{2}{6}+\frac{1}{6}\times\frac{1}{6}$$
$$P=\frac{9}{36}+\frac{4}{36}+\frac{1}{36}$$
$$P=\frac{14}{36}$$

EXERCICES : GEOMETRIE

Exercice 1 : Voir correction brevet blanc

Exercice 2 : Voir correction brevet blanc

Exercice 3 :

On applique le théorème de Pythagore dans le triangle AMN rectangle en A.

$MN^2=AM^2+AN^2$

$MN^2=3^2+3^2$

$MN^2=18$

On applique le théorème de Pythagore dans le triangle BMC rectangle en B.

$MC^2=BM^2+BC^2$

$MC^2=5^2+5^2$

$MC^2=50$

On applique le théorème de Pythagore dans le triangle DNC rectangle en D.

$NC^2=DN^2+DC^2$

$NC^2=2^2+8^2$

$NC^2=68$

On constate que $CN^2=NM^2+MC^2=68$. D'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle MNC est donc rectangle en M.

Exercice 4 :

1. /
2. On applique le théorème de Pythagore dans le triangle ABC rectangle en A.

$BC^2 = AB^2 + AC^2$

$BC^2 = 2^2 + 3^2$

$BC^2 = 13$

L'aire du carré est donc 13 cm².

Exercice 5 :

1) Le triangle OO'M est rectangle en O'.
2) La section lorsque le plan passe par le point O est un grand cercle de centre O.
3) La section lorsque le plan passe par le point N est le point N.
4) On applique le théorème de Pythagore dans le triangle OO'M rectangle en O'.

$OM^2 = OO'^2 + MO'^2$

$5^2 = OO'^2 + 3^2$

$OO'^2 = 25 - 9$

$OO'^2 = 16$

$OO' = \sqrt{16}$

$OO' = 4cm$

Exercice 6

1. Volume du cylindre :

$V = \pi R^2 h'$

$V = \pi \times 6^2 \times 15$

$V = 540\pi cm^3$

2. Volume de la boule :

$V = \dfrac{4\pi R^3}{3}$

$V = \dfrac{4 \times 6^3}{3}\pi$

$V = 288\pi cm^3$

3. La hauteur h de l'eau dans le cylindre avant qu'on y place la boule.

$V_{eau} = V_{Cylindre} - V_{Boule}$

$\pi R^2 h = 540\pi - 288\pi$

$36\pi h = 252\pi$

$h = \dfrac{252\pi}{36\pi}$

$h = 7cm$

Exercice 7 : (sujet brevet 2011)

1. La figure en vraie grandeur.

2. a) Le triangle ABC est un triangle rectangle et isocèle en B donc $\widehat{ACB} = 45°$
   b) $\widehat{DCE} = 45°$ car les angles $\widehat{DCE}$ et $\widehat{ACB}$ sont opposés par le sommet, ils ont donc la même mesure.

3. Le triangle DEC est rectangle en E.

$\sin\widehat{DCE} = \dfrac{DE}{DC}$

$\sin 45° = \dfrac{DE}{6}$

$DE = 6\sin 45°$

$DE \approx 4,2cm$

4. Le centre du cercle circonscrit au triangle DCE est le milieu de [DC] car le triangle DCE est rectangle en E.

5. Les points D, A et M sont alignés car les triangles CMA et CMD sont rectangles en M.

Exercice 8

Partie 1

1. Construction

2. a) D'une part $AD^2 + ED^2 = 3,2^2 + 2,4^2 = 16$
   D'autre part AE² = 16
   D'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle AED est rectangle en D.

   b) Le triangle AED est rectangle en D.

   $\sin\widehat{AED} = \dfrac{AD}{AE}$

   $\sin\widehat{AED} = \dfrac{3,2}{4}$

   $\widehat{AED} \approx 53°$

Partie 2

1. a) Placer le point O sur la demi droite [AE) tel que : AO = 6 cm

   b) Construire le cercle (C) de centre O et de rayon OA.
   Placer le point B tel que [AB] est un diamètre du cercle (C).

2. La droite (AD) recoupe le cercle (C) en F. Placer F.

   a) Le cercle C est circonscrit au triangle AFD et a pour hypoténuse le diamètre du cercle. Le triangle AFB est donc rectangle en F.

   b) $(FB) \perp (AD)$ et $(ED) \perp (AD)$. On en déduit donc que les droites (FB) et (DE) sont parallèles.

Partie 3

1.

a) Les droites (AD) et (AB) sont sécantes en A. Les droites (DE) et (FB) sont parallèles. On peut donc appliquer le théorème de Thalès.

$$\frac{AE}{AB}=\frac{AD}{AF}=\frac{ED}{BF}$$
$$\frac{4}{12}=\frac{3,2}{AF}=\frac{2,4}{FB}$$
$$AF=\frac{3,2\times 12}{4}$$
$$AF=9,6cm$$

$$\frac{4}{12}=\frac{3,2}{AF}=\frac{2,4}{FB}$$
$$FB=\frac{2,4\times 12}{4}$$
$$FB=7,2cm$$

2. On considère les triangles AED et AFB.

a)
$$P_{AED}=AE+ED+DA \qquad P_{AFB}=AF+FB+BA$$
$$P_{AED}=4+2,4+3,2 \qquad P_{AFB}=9,6+7,2+12$$
$$P_{AED}=9,6cm \qquad P_{AFB}=28,8cm$$

$$\frac{Périmètre\ \ du\ \ triangle\ \ AED}{Périmètre\ \ du\ \ triangle\ \ AFB}=\frac{9,6}{28,8}=\frac{1}{3}\ \text{ et }\ \frac{AE}{AB}=\frac{4}{12}=\frac{1}{3}$$

On en déduit que $\dfrac{Périmètre\ \ du\ \ triangle\ \ AED}{Périmètre\ \ du\ \ triangle\ \ AFB}=\dfrac{AE}{AB}$

b)
$$A_{AED}=AE\times ED \qquad A_{AFB}=AF\times FB$$
$$A_{AED}=3,2\times 2,4 \qquad A_{AFB}=9,6\times 7,2$$
$$A_{AED}=7,68cm^2 \qquad A_{AFB}=69,12cm^2$$

$$\frac{Aire\ \ du\ \ triangle\ \ AED}{Aire\ \ du\ \ triangle\ \ AFB}=\frac{7,68}{69,12}=\frac{1}{9}\ \text{ et }\ \left(\frac{AE}{AB}\right)^2=\left(\frac{1}{3}\right)^2=\frac{1}{9}$$

On en déduit que : $\dfrac{Aire\ du\ triangle\ AED}{Aire\ du\ triangle\ AFB}=\left(\dfrac{AE}{AB}\right)^2$.